

## ANÁLISIS DEL FLUJO DE AGUA CON EXTRACCIÓN POR ABSORCIÓN DE LA PLANTA EN CULTIVOS EN SUSTRATOS ARTIFICIALES

V. Terés<sup>1</sup>, J.V. Giráldez<sup>2,3</sup>, F.J. Jiménez-Hornero<sup>2</sup>, A.M. Laguna<sup>2</sup>, E. Sáinz de la Maza<sup>4</sup>, M. Lezaun<sup>4</sup>,  
y M. Abad<sup>5</sup>

1: Depto. de Medio Ambiente, Planificación Territorial, Agricultura y Pesca  
Gobierno Vasco  
Avda. Donostia/San Sebastián 1, 01010 Vitoria  
e-mail: vteres@ej-gv.es

2: Deptos. de Agronomía; Ingeniería Gráfica y Geomática; y Física Aplicada  
Universidad de Córdoba  
Cra. Madrid km 396, 14071 Córdoba  
e-mails: aglgicej@uco.es; ir1jihof@uco.es; fallalua@uco.es

3: Depto. de Agronomía  
Instituto de Agricultura Sostenible, CSIC  
Finca Alameda del Obispo, Apdo. 14071 Córdoba

4: Depto. de Matemática Aplicada y Estadística  
Universidad del País Vasco  
Apdo. 644, 48080 Bilbao  
e-mail: mepsaese@lg.ehu.es; mikel.lezaun@ehu.es

5: Instituto Agroforestal Mediterráneo  
Universidad Politécnica de Valencia  
Camino de Vera, s/n 46022 Valencia  
e-mail: mabad@prv.upv.es

**Palabras clave:** Retención y transmisión de agua, medios subsaturados, sustratos de cultivos, ecuación de Richards en forma lineal

**RESUMEN.** *Los sustratos de cultivo son materiales con grandes poros cuya conductividad hidráulica decae rápidamente al descender la componente matricial del potencial del agua en el suelo por debajo de los valores correspondientes al estado de saturación, lo que causa problemas de absorción en las plantas cultivadas en ellos. Partiendo de unas curvas de retención de agua determinadas en dos sustratos de uso común, se exploran unas soluciones basadas en formas lineales de la ecuación de Richards, basadas en la aproximación exponencial a la curva de conductividad hidráulica de Gardner, propuestas por Lomen y Warrick (1978), en las que se muestra cómo asciende y desciende la humedad del sustrato, o el potencial del flujo matricial, que es una expresión subsidiaria, en los ciclos de riego con intermitencia. Aunque las soluciones analíticas usadas ofrecen una perspectiva del comportamiento del sistema, se omiten detalles que pueden influir en la aplicación regular. Por ello, se exploran las hipótesis adoptadas.*

**ABSTRACT.** *Artificial substrates are commonly used as growing media for horticultural crops. The abundance of large size pores implies a dramatic drop in both the water retention and the hydraulic conductivity curves indicating the risk of insufficient water flow rate from the media to the plant roots. Using simple concepts of soil water physics the risk is evaluated for two types of substrate, whose water retention curve have been estimated. The estimated data allow the use of exponential functions for the hydraulic conductivity, the Gardner equation, with which the Richards equation becomes linear. The analytical solutions of Lomen and Warrick (1978) have been explored applying them to the description of wetting and drying cycles after intermittent irrigation cycles.*

*Even though the analytical solutions give an insight of the system behavior, there are some aspects that have been skipped out, which might affect their regular application. Therefore, the adopted assumptions are discussed.*

## 1. INTRODUCCIÓN

Los sustratos artificiales constituyen un medio de cultivo para numerosos cultivos hortícolas, compuestos por partículas de tamaño medio y grueso que dejan entre sí poros de gran tamaño, para evitar problemas de asfixia radical (Terés, 2001). A consecuencia del predominio de materiales gruesos cuando el potencial del suelo desciende por cualquier proceso de desecación, evaporación o transpiración por las plantas en ellos cultivadas, tanto la retención como la transmisión de agua en el sustrato disminuyen hasta valores que dificultan el suministro de agua hacia las raíces. Se han diseñado diferentes sistemas de aplicación del agua de riego para reducir el riesgo de ocurrencia de déficits de agua, incluyendo subirrigación (e.g. Caron et al., 2005). Sin embargo, es preciso caracterizar adecuadamente este riesgo para poder prevenirlo con mayor seguridad.

El flujo del agua en un sustrato cultivado tiene lugar en fase líquida, siendo descrito por la ecuación de continuidad, y la ley de Darcy-Buckingham, combinadas en la denominada ecuación de Richards, incluyendo una función de succión, que representa la absorción del agua por la planta cultivada (Raats, 2001)

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} \left( k \frac{\partial \psi_w}{\partial z} \right) - S \quad (1)$$

Así la variación de la humedad volumétrica,  $\theta$  [ $L^3L^{-3}$ ], con el tiempo,  $t$  [T], es igual a la variación espacial, coordenada  $z$  [L], del gradiente del potencial graviquímico del agua en el suelo (e.g. Sposito, 1981),  $\psi_w$  [L], multiplicado por la conductividad hidráulica,  $k$  [ $LT^{-1}$ ], menos la intensidad de absorción por las raíces,  $S$ , [ $T^{-1}$ ]. Se conocen diferentes soluciones numéricas a esta ecuación, (e.g. Neuman et al., 1975), y hay modelos de amplia aceptación que resuelven diferentes problemas de flujo (e.g. Simunek et al., 1998).

En este trabajo se muestra un método sencillo para describir el flujo de agua en un sustrato cultivado.

## 2. CARACTERIZACION DE ALGUNOS SUSTRATOS CULTIVADOS

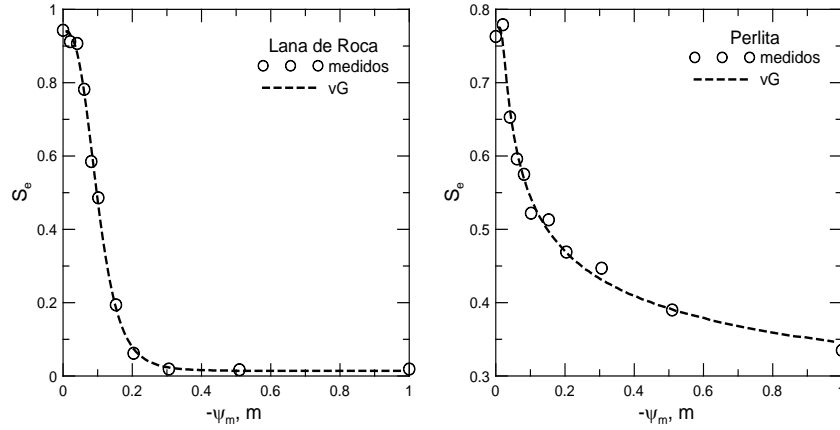
Terés et al. (2008) describieron las curvas de retención de dos sustratos de uso común en el norte de España. Para representar sus datos con una función sencilla se ajustó a estos datos la curva de retención de van Genuchten (1980)

$$\theta = \theta_r + (\theta_s - \theta_r) \left[ 1 + (\alpha \psi_m)^n \right]^{-m} \quad (2)$$

en la que  $\theta_r$  y  $\theta_s$  [ $L^3L^{-3}$ ] son las humedades residual y saturada, respectivamente,  $\psi_m$  [L], la componente matricial del potencial del agua en el suelo, y  $\alpha$  [ $L^{-1}$ ],  $n$ , y  $m$  unos parámetros, usando para ello el algoritmo de optimización de Rosenbrock (e.g. Press et al., 2007). La Fig. 1 muestra las curvas de retención ajustadas a los datos experimentales, y en la Tabla 1 se recogen los parámetros resultantes de la optimización, así como el índice de eficiencia de Nash-Sutcliffe,  $ie_{NS}$ , (e.g. Beven, 2000).

**Tabla 1.** Parámetros del ajuste de la ecuación de van Genuchten a los datos de las curvas de retención.

sustrato	$\theta_s$	$\theta_r$	$\alpha$	$n$	$m$	$ie_{NS}$
	$m^3m^{-3}$		$cm^{-1}$			
perlita	0.776	0.134	0.482	4.86	0.0592	0.990
lana de roca	0.941	0.0136	0.0745	2.77	1.96	0.998



**Figura 1.** Curvas de retención de van Genuchten, ec. (2), ajustadas a los datos experimentales en un sustrato de perlita y otro de lana de roca, con los parámetros de la Tabla 1.  $S_e$  es el grado de saturación efectiva.

Aunque Jarvis (2008) recomendaba unas funciones más sencillas para caracterizar la curva de retención en el dominio de los poros de mayor tamaño en el caso de medios con gran macroporosidad

$$S_{eJ} = \frac{\psi_m^{-\lambda_J} - \psi_{m, mx}^{-\lambda_J}}{\psi_{m, mn}^{-\lambda_J} - \psi_{m, mx}^{-\lambda_J}} \quad (3)$$

siendo  $S_{eJ}$  [-] el valor calculado del grado de saturación efectiva según este modelo,  $\lambda_J$  un parámetro, y  $\psi_{m, mx}$ , y  $\psi_{m, mn}$ , [L], los valores operativos máximos y mínimos de la componente matricial del potencial del agua en el suelo, respectivamente, esta propuesta no se ajustaba bien a los datos experimentales.

Suponiendo que la conductividad hidráulica de ambos sustratos pueden ser descritas por el modelo de Mualem (1976), o Mualem-van Genuchten, la conductividad relativa  $k_r = k/k_s$ , siendo  $k_s$  [ $LT^{-1}$ ], la conductividad hidráulica en saturación, es

$$k_r = S_e^{1/2} \left[ \int_0^{S_e} \frac{dx}{\psi_m(x)} \right]^2 \left[ \int_0^1 \frac{dx}{\psi_m(x)} \right]^{-2} \quad (4)$$

en la que  $S_e = (\theta - \theta_r) / (\theta_s - \theta_r)$  es el grado de saturación efectiva, se han obtenido, con los parámetros de la Tabla 1 y las ecuaciones (2) y (4) las curvas que se muestran en la Fig. 2.

Los datos de la Fig. 2 indican que la aproximación exponencial de Gardner para la conductividad hidráulica relativa

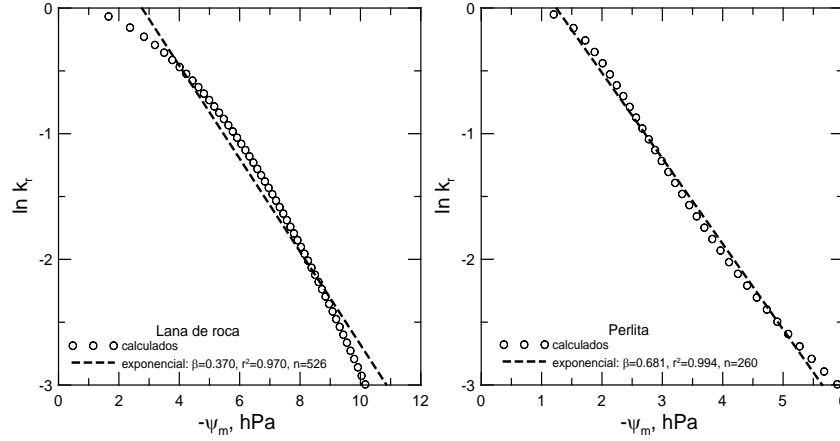
$$k = k_s e^{\beta \psi_m} \quad (5)$$

es válida para describir el comportamiento de los sustratos en el intervalo de humedades próximas a saturación, aunque en el caso de la lana de roca el ajuste en los extremos muestra una desviación con respecto a los datos. Con esta función exponencial se puede introducir el uso del potencial del flujo matricial,  $\varphi$ , (Gardner, 1958)

$$\varphi = \int_{-\infty}^{\psi_m} k \cdot d\psi_m' \equiv \frac{k}{\beta} \quad (6)$$

lo que reduce la ecuación de flujo a la forma adoptada por Lomen y Warrick (1978)

$$\frac{d\theta}{d\varphi} \frac{\partial \varphi}{\partial t} = \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} - \beta \frac{\partial \varphi}{\partial z} - S \quad (7)$$



**Figura 2.** Curvas de conductividad hidráulica relativa calculadas con el modelo de Mualem-van Genuchten usando los parámetros de la Tabla 1 y las ecuaciones (2) y (4), y ajuste a estos datos de la función exponencial de Gardner, con los resultados que se indican para el intervalo próximo a saturación.

### 3. RESOLUCION DE LA ECUACIÓN DE FLUJO DEL AGUA EN EL SUSTRATO

La adopción del modelo de conductividad hidráulica exponencial y la introducción del potencial del flujo matricial facilitan el desarrollo de una solución analítica como propusieron Lomen y Warrick (1978). Existen otras propuestas más recientes como la de Basha (1999) usando las funciones de Green para resolver flujos multidimensionales, o la de Chen et al. (2001) para diferentes funciones de tiempo que representan los flujos que ocurren en la superficie del suelo.

La solución de Lomen y Warrick (1978) a la ecuación (1) se apoya en el uso de las variables sin dimensiones  $Z$  y  $T$

$$Z = \frac{\beta z}{2} \quad T = \frac{\beta^2 Dt}{4} \quad (8)$$

en la que  $D [L^2/T]$  es la difusividad hidráulica

$$D = k \frac{d\psi_m}{d\theta} \equiv \frac{d\varphi}{d\theta} \quad (9)$$

De la ecuación (9) se deduce que, si la difusividad es constante, la relación entre el potencial del flujo matricial y la humedad volumétrica es lineal.

Si la condición inicial es

$$\varphi(Z, 0) = g(Z) + \lim_{Z \rightarrow \infty} \varphi = g(Z) + \varphi_\infty \quad (10)$$

y el flujo en superficie, o condición de contorno, es  $v(T)$

$$-\frac{\partial \varphi}{\partial Z} + 2\varphi = \frac{2\nu(T)}{\beta} \quad Z = 0 \quad (11)$$

Si se tienen en cuenta las siguientes condiciones:

(i) funciones escalonadas en el flujo de agua en superficie

$$\nu = \begin{cases} \nu_1 & T_0^{(\nu)} \leq T < T_1^{(\nu)} \\ \nu_2 & T_1^{(\nu)} \leq T < T_2^{(\nu)} \\ \dots & \dots\dots\dots \\ \nu_m & T_{m-1}^{(\nu)} \leq T < T_m^{(\nu)} \end{cases} \quad (12)$$

(ii) funciones escalonadas de la función de absorción radical,  $S$

$$S(Z, T) = \begin{cases} S_1(T) & T_0^{(S)} \leq T < T_1^{(S)} \\ S_2(T) & T_1^{(S)} \leq T < T_2^{(S)} \\ \dots & \dots\dots\dots \\ S_n(T) & T_{n-1}^{(S)} \leq T < T_n^{(S)} \end{cases} \quad (13)$$

y (iii) una función de absorción exponencial

$$S = a e^{-bz} \quad (14)$$

siendo  $a$  y  $b$  sendos parámetros, que es una opción de las revisadas por Raats (2007), entonces la solución final en variables sin dimensiones es (Lomen y Warrick, 1978)

$$\begin{aligned} \varphi(Z, T) = & \varphi_\infty [1 - \varphi_u(Z, T)] \\ & + \frac{1}{\beta} \sum_{k=1}^j (\nu_k - \nu_{k-1}) \varphi_U(Z, T - T_{k-1}^{(\nu)}) \quad T_{j-1}^{(\nu)} \leq T < T_j^{(\nu)} \\ & + \varphi_{S,i} - \sum_{l=1}^i \left[ \frac{U_l - U_{l-1}}{\beta} \varphi_U(Z, T - T_{k-1}^{(S)}) + R(Z, T - T_{l-1}^{(S)}, \varphi_{S,l} - \varphi_{S,l-1}) \right] \quad T_{i-1}^{(S)} \leq T < T_i^{(S)} \end{aligned} \quad (15)$$

En esta ecuación,  $\varphi_U$  es la función de respuesta a un pulso unitario,

$$\varphi_U = \left(\frac{4T}{\pi}\right)^{1/2} \exp\left[-\left(\frac{Z}{2T^{1/2}} - T^{1/2}\right)^2\right] + \frac{1}{2} \operatorname{erfc}\left(\frac{Z}{2T^{1/2}} - T^{1/2}\right) - \frac{2Z + 4T + 1}{2} e^{2Z} \operatorname{erfc}\left(\frac{Z}{2T^{1/2}} + T^{1/2}\right) \quad (16)$$

$\varphi_{S,i}$  es la solución correspondiente al régimen permanente,

$$\varphi_{S,i}(Z) = \frac{a_i}{b_i(b_i + \beta)} \exp\left(-\frac{2b_i Z}{\beta}\right) \quad (17)$$

$U_i$  es la absorción total por unidad de tiempo en cada intervalo de tiempo

$$U_i = \frac{2}{\beta} \int_0^{\infty} S dZ = \frac{a_i}{b_i} \quad (18)$$

y  $R(Z, T, \varphi_{s,i})$  es la contribución de la condición inicial al sumando transitorio

$$R(Z, T, \varphi_{s,i}) = \frac{a_i}{b_i(b_i + \beta)} R(Z, T, e^{-\gamma_i Z}) = \frac{a_i}{b_i(b_i + \beta)} \sum_{j=1}^3 \zeta_j \operatorname{erfc} \left( \eta_j \frac{Z}{2T^{1/2}} + \chi_j T^{1/2} \right) \quad (19)$$

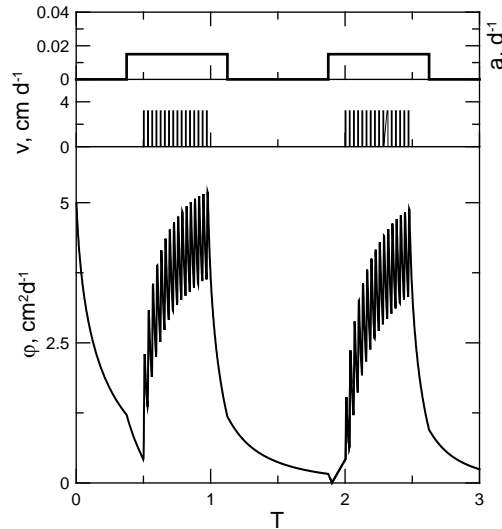
en la que los parámetros  $\zeta_j$  son

$$\zeta_1 = \frac{\exp\{\gamma_j[-Z + (\gamma_j + 2)T]\}}{2} \quad \zeta_2 = \frac{(\gamma_j + 2)\exp[(\gamma_j + 2)(\gamma_j T + Z)]}{2\gamma_j} \quad \zeta_3 = \frac{e^{2Z}}{2} \quad (20)$$

y los  $\eta_j$  y  $\chi_j$

$$\eta_1 = -1 \quad \eta_2 = \eta_3 = 1 \quad \chi_1 = \chi_2 = \gamma_j + 1 \quad \chi_3 = 1 \quad (21)$$

La Fig. 3 muestra la evolución del potencial del flujo matricial para un caso sencillo similar al propuesto por Lomen y Warrick (1978). Se ha supuesto un valor del coeficiente de la ecuación (5),  $\beta = 10 \text{ m}^{-1}$ , unos parámetros de absorción (ec. 14),  $b = 1 \text{ m}^{-1}$ , y  $a = 0$ , o  $a = 1.74 \cdot 10^{-7} \text{ s}^{-1}$ , dependiendo del tiempo, como muestra la Fig. 3. Se adopta para la difusividad un valor  $D = 6.94 \cdot 10^{-7} \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$ , y para el potencial del flujo matricial en el infinito,  $\varphi_{\infty} = 5.79 \cdot 10^{-9} \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$ . Con estos datos un día equivale a  $T = 1.5$ . La intensidad del riego como se indica, también en la Fig. 3, es una función escalonada que alterna entre los valores  $v = 0$  o  $v = 3.70 \cdot 10^{-7} \text{ m s}^{-1}$ . Los datos de la figura corresponden a una profundidad  $Z = 0.1$  ( $z = 0.02 \text{ m}$ ). Se muestra la aplicación de unos riegos frecuentes, 16 al día de 6 minutos de duración, cada media hora, en el intervalo de las 8:00 a las 16:00.



**Figura 3.** Evolución del potencial del flujo matricial para un medio con las características indicadas en el texto. En la parte superior se muestra la evolución del caudal de riego y la del coeficiente de la ecuación de absorción. El tiempo está normalizado de tal modo que 1 día equivale a  $T = 1.5$ , y la profundidad equivale a  $z = 0.02 \text{ m}$ .

Los resultados de la ecuación (15) que muestra la Fig. 3 destacan el descenso del potencial del flujo matricial  $\phi$  que es proporcional a la humedad del sustrato, cuando cesa el suministro externo de agua, lo que puede causar graves daños a la planta. La ecuación (15) constituye una ayuda esencial para el manejo del cultivo en sustratos.

#### **4. DISCUSIÓN DE RESULTADOS: VALIDEZ DE LAS HIPÓTESIS ADOPTADAS**

Aunque a partir de los datos de los sustratos mostrados se pueden obtener relaciones exponenciales entre la conductividad hidráulica relativa y la componente matricial del potencial del agua en el suelo (expresión de Gardner, 1980), es necesario conocer con mayor detalle las variaciones de la curva de retención con el potencial, y determinar experimentalmente la conductividad hidráulica. Los métodos de Chen et al. (1980), Otten (1984), Jones y Or (1998) Nemati et al. (2002), Bougoul et al. (2005), y Valiantzas et al. (2007), entre otros pueden ser adecuados para ello.

Como destacan Chen et al. (2001) la aplicación estricta de las relaciones exponenciales entre la conductividad hidráulica, e incluso la humedad, con la componente matricial del potencial del agua en el suelo, exige que el coeficiente del exponente sea el mismo. Sin embargo, esta condición no parece tan estricta a juzgar por los buenos resultados de Ben-Asher et al. (1978).

Si no se conocen las expresiones que caracterizan la absorción del agua por la planta, se pueden combinar ambos flujos, el del riego y el de la extracción por la planta en forma de funciones, con lo que las soluciones analíticas de Chen et al. (2001), basadas en ecuaciones deducidas previamente por Carslaw y Jaeger (1959), pueden ser de gran utilidad.

Muchas de las ecuaciones comentadas suponen el suelo como un medio semi-infinito, lo que puede ser difícil de asimilar a un sustrato de cultivo. Sin embargo, las limitaciones que imponen el desarrollo de las raíces, y las características hidrofísicas del medio pueden permitir el uso de tales soluciones.

Otro problema más grave puede ser la modificación temporal de las propiedades del medio. En primer lugar, la histéresis en la curva de retención de agua, que es evidente en algunos de los ejemplos de Chen et al. (1980), van Noordwijk y Raats (1980), y Bougoul et al. (2005) entre otros. También la curva de la conductividad hidráulica puede mostrar ramas de histéresis con distintos valores para humectación y desecamiento (Naasz et al., 2005). En el caso que la histéresis sea importante, es posible incluirla en las soluciones analíticas, aunque con limitaciones como el uso de las ramas principales de desecación y humedecimiento. La variación temporal de la geometría del sustrato o de las relaciones hídricas plantea un problema más grave que requeriría la adopción de métodos numéricos de solución, que, si bien son más flexibles, proporcionan una peor perspectiva del flujo.

Otro aspecto importante es la determinación del estado de entrada o salida del aire, considerado por Nemati et al. (2002), pues al truncar la función de la curva de retención, pueden alterar la solución analítica.

Finalmente, es necesario incluir, además del flujo del aire, y el estado de aireación del medio (Naasz et al., 2009), el flujo de solutos, nutrientes y sales, pues la nutrición de los cultivos en estos medios es fundamental (e.g. Raats, 1980).

#### **5. CONCLUSIONES**

Siendo complejo el flujo del agua en un medio poroso con grandes poros como en los sustratos de cultivo, hay unas soluciones sencillas que pueden servir para orientar su manejo, como se ha mostrado.

Destaca el descenso rápido del potencial del flujo matricial una vez finalizada la secuencia diaria de riegos, lo que constituye un factor crítico del cultivo.

Aunque estas soluciones pueden ser muy útiles para la programación y control de los cultivos en sustratos, es preciso determinar con precisión las características del sistema como los parámetros de los modelos y las influencias de procesos como la histéresis, que alteran los resultados presentados.

## REFERENCIAS

- Basha, H.A., 1999. Multidimensional linearized nonsteady infiltration with prescribed boundary conditions at the soil surface. *Water Resour. Res.* 35, 75-83.
- Ben-Asher, J., D.O. Lomen y A.W. Warrick., 1978. Linear and nonlinear modes of infiltration from a point source. *Soil Sci. Soc. Am. J.* 42, 3-6.
- Beven, K.J., 2000. Rainfall-runoff modeling. The primer. Wiley. Chichester.
- Bougoul, S., S. Ruy, F. de Groot y T. Boulard. 2005. Hydraulic and physical properties of stonewool substrates in horticulture. *Scient. Hort.* 104, 391-405.
- Caron, J., D.E. Elrick, R. Beeson y J. Boudreau, 2005. Defining capillary rise properties for growing media in nurseries. *Soil Sci. Soc. Am. J.* 69, 794-806.
- Carslaw, H.S. y J.C. Jaeger., 1959. Conduction of heat in solids. 2ª ed. Oxford Univ. Press. Oxford.
- Chen, J.-M., Y.-C. Tan, C.-H. Chen y J.-Y. Parlange., 2001. Analytical solutions for linearized Richards equation with arbitrary time-dependent surface fluxes. *Water Resour. Res.* 37, 1091-1093.
- Chen, Y., A. Banin, e Y. Ataman., 1980. Characterization of particles and pores, hydraulic properties and water-air ratios of artificial growth media and soils. ISOSC Proc. Fifth Intl. Cong. Soilless Culture, 18-24 may, Wageningen. pp. 63-82.
- Gardner, W.R., 1958. Some steady-state solutions of the unsaturated moisture flow equation with application to evaporation from a water table. *Soil Sci.* 85, 228-232.
- Jarvis, P.C., 2008. Near-saturated hydraulic properties of macroporous soils. *Vadose Zone J.* 7:1302-1310.
- Jones, S.B. y D. Or., 1998. Design for optimal gas and liquid fluxes to plant roots. *Soil Sci. Soc. Am. J.* 62, 563-573.
- Lomen, D.O. y A. Warrick, 1978. Time-dependent solutions to the one-dimensional linearized moisture flow equation with water extraction. *J. Hydrol.* 39, 59-67.
- Mualem, Y., 1976. A new model for predicting the hydraulic conductivity of unsaturated porous media. *Water Resour. Res.* 12, 513-522.
- Naasz, R., J.-C. Michel y S. Charpentier., 2005. Measuring hysteretic properties of peat and pine bark using a transient method. *Soil Sci. Soc. Am. J.* 69, 13-22.
- Naasz, R., J. Caron, J. Legault y A. Pichette, 2009. Efficiency factors for bark substrates: biostability, aeration, or phyto-toxicity. *Soil Sci. Soc. Am. J.* 73, 780-791.
- Nemati, M.R., J. Caron, O.Bantom y P. Tardif., 2002. Determining air-entry value in peat substrates. *Soil Sci. Soc. Am. J.* 66, 367-373.
- Neuman, S.P., R.A. Feddes, y E. Bresler., 1975. Finite element analysis of two-dimensional flow in soils considering water uptake by roots. I. Theory. *Soil Sci. Soc. Am. Proc.* 39, 224-230.
- Otten, W., 1994. Dynamics of water and nutrient in potted plants induced by flooded bench fertigation: experiments and simulation. Doct. Diss. Agricultural University. Wageningen.
- Press, W.H., S.A. Teukolsky, W.H. Vetterling y B.P. Flannery., 2007. Numerical recipes. 3ª ed. Cambridge Univ. Press. Cambridge.
- Raats, P.A.C., 1980. The supply of water and nutrients in soilless culture. ISOSC Proc. Fifth Intl. Cong. Soilless Culture, 18-24 may, Wageningen. pp. 53-62.
- Raats, P.A.C., 2001. Developments in soil-water physics since the mid 1960s. *Geoderma* 100, 355-387.
- Raats, P.A.C., 2007. Uptake of water from soils by plant roots. *Transp. Porous. Med.* 68, 5-28.
- Simunek, J., K. Huang, y M. Th. van Genuchten., 1998. The HYDRUS code for simulating the one-dimensional movement of water, heat, and multiple solutes in variably-saturated media. Version 6.0, Research Report No. 144, U.S. Salinity Laboratory, USDA-ARS, Riverside, California.
- Sposito, G., 1981. The thermodynamics of soil solutions. Oxford Univ. Press., Oxford.
- Terés, V., 2001. Relaciones agua-aire en sustratos de cultivo como base para el control de riego. Metodología de laboratorio y modelización. Depto. de Producción Agraria. Universidad Politécnica de Madrid. Publicada como Tesis Doctorales nº 43. Servicio de Publicaciones del Gobierno Vasco. Vitoria Gasteiz ([http://www.habe.euskadi.net/s23-4728/es/contenidos/informe\\_estudio/tesis\\_doctorales/es\\_agripes/adjuntos/tesis\\_doctoral43.pdf](http://www.habe.euskadi.net/s23-4728/es/contenidos/informe_estudio/tesis_doctorales/es_agripes/adjuntos/tesis_doctoral43.pdf)).
- Terés V., M. Abad, E. Sáinz de la Maza, y M. Lezaun., 2008. Conductividad hidráulica y capacidad de contenedor en control de riego en sustratos. IX Jornadas de Sustratos, Actas de Horticultura nº 53. Pamplona. pp. 43-49.
- Valiantzas, J.D., P. Londra y A. Sasselou., 2007. Explicit formulae for soil water diffusivity using the one-step outflow technique. *Soil Sci. Soc. Am. J.* 71, 1685-1693.
- van Genuchten, M.Th., 1980. A closed-form equation for predicting the hydraulic conductivity of unsaturated soils. *Soil Sci. Soc. Am. J.* 44, 892-898.
- van Noordwijk y P.A.C. Raats, 1980. Drip and drainage systems for rockwool cultures in relation to accumulation and leaching of salts. ISOSC Proc. Fifth Intl. Cong. Soilless Culture, 18-24 may, Wageningen. pp. 279-287.